

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»**

Физико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ

И. о. проректора по УР

М. Х. Чанкаев

«29» апреля 2026г., протокол № 7

Рабочая программа дисциплины

**СПЕКТРАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**

(наименование дисциплины (модуля))

Специальность:

1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

Отрасль науки: физико-математические

Форма обучения: очная

Год начала подготовки - 2026

Карачаевск, 2026

Составитель: канд. физ.-мат. наук, доцент Мамчуев А. М.

Рабочая программа составлена в соответствии с Федеральным законом Российской Федерации от 29 декабря 2012г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации». Федеральными государственными требованиями к структуре программ подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре, утверждённым приказом Минобрнауки России от 20.10.2021 № 951 (Зарегистрировано в Минюсте России 23.11.2021 №65943), Положением о подготовке научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (Постановление Правительства Российской Федерации от 30.11.2021 № 2122)

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры математического анализа на 2026-2027 учебный год, протокол № 8 от 24 апреля 2026г.

Оглавление

1. Наименование дисциплины (модуля)	4
2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине	4
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся.....	4
5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий	5
6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю).....	6
7. Фонд оценочных средств для проведения текущей промежуточной и итоговой аттестации.....	6
7.1. Перечень примерных контрольных вопросов и заданий для самостоятельной работы.....	6
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)	7
8.1. Основная литература:	7
8.2. Дополнительная литература:	7
9. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля).....	7
10. Особенности организации образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья.....	9
11. Лист регистрации изменений.....	10

1. Наименование дисциплины (модуля)

СПЕКТРАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Целью изучения дисциплины является знакомство аспирантов с освоение теоретических основ и методов спектрального анализа дифференциальных операторов, возникающих при исследовании математических моделей физических процессов.

Для достижения цели ставятся задачи:

- Определение собственных значений и собственных функций дифференциальных операторов;
- Представление решений исходных краевых задач в виде рядов или интегралов Фурье;
- Оценка устойчивости физических процессов и систем;
- Поиск потенциалов или граничных условий по известному спектру.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины аспирант должен:

Знать:

1. нормативно-правовые основы преподавательской деятельности в системе высшего образования,
2. требования к квалификационным работам бакалавров, специалистов, магистров,
3. оптимальные методы преподавания

Уметь:

1. использовать базовые теоретические знания для решения профессиональных задач,
2. применять на практике базовые профессиональные навыки,
3. использовать специализированные знания в области численных методов для научно-исследовательской работы

Владеть:

1. информацией по данной дисциплине, на уровне умения вести дискуссию и отстаивать собственную точку зрения,
2. использовать базовые теоретические знания для решения профессиональных задач,
3. самостоятельно изучать и понимать специальную (отраслевую) научную и методическую литературу, связанную с проблемами симметрии спектральных задач.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Учебная дисциплина «СПЕКТРАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ» входит в образовательный компонент образовательной программы аспирантуры и является обязательной дисциплиной. Изучается в 1 семестре. Индекс в учебном плане 2.1.12.2

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость (объем) дисциплины (модуля) составляет 2 з.е.

Объём дисциплины	Всего часов
	для очной формы обучения
Общая трудоемкость дисциплины	72

Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	36
Аудиторная работа (всего):	36
в том числе:	
лекции	18
семинары, практические занятия	18
практикумы	
лабораторные работы	
Внеаудиторная работа:	
Реферат	
консультация перед экзаменом	
Внеаудиторная работа также включает индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем), творческую работу (эссе), рефераты, контрольные работы и др.	
Самостоятельная работа обучающихся (всего)	36
Вид промежуточной аттестации обучающегося (зачет/экзамен)	зачет

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)

ДЛЯ ОЧНОЙ ФОРМЫ

Раздел, тема, содержание темы дисциплины		Общая трудоемкость (в часах)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			
			Аудиторные уч. занятия		Сам. раб.	Формы текущего контроля
			Лек.	Пр.		
1	Физический и математический смысл спектральных задач.	8		4	4	реферат
2	Постановка краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных.	8		4	4	реферат
3	Приведение к операторному виду: $Lu = \lambda u$, где L — дифференциальный оператор, λ — спектральный параметр.	8		4	4	реферат
4	Пространства L_2 , свойства скалярного произведения и полнота системы функций.	6		4	2	реферат
5	Ограниченные и неограниченные линейные операторы.	6		2	4	доклад

6	Симметричные и самосопряженные (эрмитовые) операторы, их свойства.	6		4	2	собеседование
7	Понятие спектра оператора: дискретный и непрерывный спектр, остаточный спектр.	8		4	4	собеседование
8	Классическая задача Штурма — Лиувилля на отрезке.	8		4	4	реферат
9	Свойства собственных значений (простота, вещественность, бесконечность) и ортогональность собственных функций.	6		2	4	реферат
10	Теорема Стеклова об асимптотике собственных значений.	8		4	4	реферат
Всего по видам учебных занятий		72		36	36	зачет

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Помимо рекомендованной основной и дополнительной литературы, в процессе самостоятельной работы студенты могут пользоваться следующими методическими материалами, которые находятся в открытом доступе на кафедре математического анализа и в ауд. № 27.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущей промежуточной и итоговой аттестации

Текущий и промежуточный контроль качества усвоения знаний по дисциплине «СПЕКТРАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ» проводится в форме опроса в процессе и в форме тестирования. Итоговый контроль проводится в форме зачета.

7.1. Перечень примерных контрольных вопросов и заданий для самостоятельной работы

1. Каковы определения симметрического и самосопряженного операторов в гильбертовом пространстве?
2. Почему для математической физики критически важна именно самосопряженность?
3. Докажите, что спектр самосопряженного оператора вещественен, а собственные функции, отвечающие разным собственным значениям, ортогональны.
4. Приведите примеры ограниченных и неограниченных операторов в матфизике. Каковы особенности спектра неограниченных операторов (например, оператора дифференцирования)?
5. Что такое инвариантное подпространство оператора и как оно связано со спектральным разложением?
6. Сформулируйте регулярную задачу Штурма-Лиувилля. Какие типы граничных условий (Дирихле, Неймана, Робена) в ней используются?
7. Сформулируйте теоремы о свойствах спектра регулярной задачи Штурма-Лиувилля (дискретность, вещественность, ограниченность снизу, кратность).
8. Какова асимптотика собственных значений λ_n и собственных функций $X_n(x)$ при $n \rightarrow \infty$?
9. В каких случаях задача Штурма-Лиувилля называется сингулярной?
10. Опишите метод построения функции Грина для оператора Штурма-Лиувилля. Как спектральная задача сводится к интегральному уравнению Фредгольма?

11. Сформулируйте спектральную задачу для оператора Лапласа в ограниченной области с различными граничными условиями.
12. Как находятся собственные значения и собственные функции оператора Лапласа в прямоугольнике, круге и шаре? Что такое сферические функции?
13. Сформулируйте асимптотический закон Вейля для распределения собственных значений оператора Лапласа. О чем говорит этот закон с точки зрения физики?
14. Что такое вырождение уровней энергии (собственных значений)?
15. Как симметрия области влияет на кратность спектра?

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

8.1. Основная литература:

1. Тихонов А.Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики : учебник для ун-тов / Тихонов А. Н., Самарский А. А. ; МГУ им. М. В. Ломоносова. - 7-е изд. - М. : Изд-во Московского университета : Наука, 2004. - 798 с.
2. Владимиров В. С. Уравнения математической физики : учебник для вузов / Владимиров В. С. - 5-е изд., доп. - М. : Наука, 1988. - 512 с.
3. Ильин В. А. Спектральная теория дифференциальных операторов. Самосопряженные дифференциальные операторы : монография / Ильин В. А. - Москва : Наука, 1991. - 367 с.
4. Наймарк М. А. Линейные дифференциальные операторы. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1969. - 526 с.

8.2. Дополнительная литература:

1. Лидский В.Б. Несамосопряженный оператор типа Штурма-Лиувилля с дискретным спектром // Труды ММО, т.9, №45, стр. 45-79, 1960.
2. Богачев В.И., Смолянов О.Г. Действительный и функциональный анализ: Университетский курс. РХД, 2009. - 724 стр. 7
3. Владимиров В.С. Уравнения математической физики, Москва: Наука, 1988. – 512 стр.
4. Савчук А.М., Шкаликов А.А. Операторы Штурма-Лиувилля с потенциалами - распределениями, Труды ММО, Т. 64, 2003, с. 159-219.
5. Садовнича И.В. О равносходимости разложений в ряды по собственным функциям операторов Штурма—Лиувилля с потенциалами распределениями, Мат. сборник, Т. 201, № 9, 2010, стр. 61-76.
6. Смирнов В.И. Курс высшей математики. т. 5, Москва, 1959г. 7. Y.Egorov, V.Kondratiev. On spectral theory of elliptic operator. Basel. Boston. Berlin.Birkhauser. 1996.
7. С.Л.Соболев Некоторые применения функционального анализа в математической физике., Москва, Наука, 1988.

9. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля)

9.1. Общесистемные требования

Электронная информационно-образовательная среда ФГБОУ ВО «КЧГУ»

Каждый обучающийся в течение всего периода обучения обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронной информационно-образовательной среде (ЭИОС) Университета из любой точки, в которой имеется доступ к информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», как на территории Университета, так и вне ее.

Функционирование ЭИОС обеспечивается соответствующими средствами информационно-коммуникационных технологий и квалификацией работников, ее использующих и поддерживающих. Функционирование ЭИОС соответствует законодательству Российской Федерации.

Адрес официального сайта университета: <http://kchgu.ru>.

Адрес размещения ЭИОС ФГБОУ ВО «КЧГУ»: <https://do.kchgu.ru>.

Электронно-библиотечные системы (электронные библиотеки)

Учебный год	Наименование документа с указанием реквизитов	Срок действия документа
2026-2027 учебный год	Электронно-библиотечная система ООО «Знаниум». Договор № 332 эбс с 02.06.2026г. Электронный адрес: https://znanium.com	С 02.06.2026г. до 01.06.2027г.
2026-2027 учебный год	Электронно-библиотечная система «Лань». Договор № 12 от 26.02.26г. Электронный адрес: https://e.lanbook.com	от 26.02.2026г. до 31.01.2027г.
2026-2027 учебный год	Электронно-библиотечная система КЧГУ. Положение об ЭБ утверждено Ученым советом от 30.09.2015г. Протокол № 1. Электронный адрес: http://lib.kchgu.ru	Бессрочный
2026-2027 учебный год	Национальная электронная библиотека (НЭБ). Договор №101/НЭБ/1391-п от 22. 02. 2023 г. Электронный адрес: http://rusneb.ru	Бессрочный
2026-2027 учебный год	Научная электронная библиотека «ELIBRARY.RU». Лицензионное соглашение №15646 от 21.10.2016 г. Электронный адрес: http://elibrary.ru	Бессрочный
2026-2027 учебный год	Электронный ресурс Polpred.com Обзор СМИ. Соглашение. Бесплатно. Электронный адрес: http://polpred.com	Бессрочный

9.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины

Занятия проводятся в учебных аудиториях, предназначенных для проведения занятий лекционного и практического типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в соответствии с расписанием занятий по образовательной программе. С описанием оснащенности аудиторий можно ознакомиться на сайте университета, в разделе материально-технического обеспечения и оснащенности образовательного процесса по адресу: <https://kchgu.ru/sveden/objects/>

9.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения

- Microsoft Windows (Лицензия № 60290784), бессрочная
- Microsoft Office (Лицензия № 60127446), бессрочная
- ABBY FineReader (лицензия № FCRP-1100-1002-3937), бессрочная
- CalculateLinux (внесён в ЕРПП Приказом Минкомсвязи №665 от 30.11.2018-2020), бессрочная
- Google G Suite for Education (IC: 01i1p5u8), бессрочная
- Kaspersky Endpoint Security. Договор №0379400000325000001/1 от 28.02.2025г. Срок действия лицензии с 27.02.2025г. по 07.03.2027г.

9.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Федеральный портал «Российское образование» - <https://edu.ru/documents/>
2. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru/>

3. Базы данных Scopus издательства

Elsevier <http://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic>.

4. Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования - <http://fgosvo.ru>.

5. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (ФЦИОР) – <http://edu.ru>.

6. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru>.

7. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» (ИС «Единое окно») – <http://window.edu.ru>.

10. Особенности организации образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья

В ФГБОУ ВО «Карачаево-Черкесский государственный университет имени У.Д. Алиева» созданы условия для получения высшего образования по образовательным программам обучающихся с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ).

Специальные условия для получения образования по ОПВО обучающимися с ограниченными возможностями здоровья определены «[Положением об обучении лиц с ОВЗ](#) в КЧГУ», размещенным на сайте Университета по адресу: <http://kchgu.ru>.

11. Лист регистрации изменений

В рабочей программе внесены следующие изменения:

Изменение	Дата и номер протокола ученого совета факультета/ института, на котором были рассмотрены вопросы о необходимости внесения изменений в ОПВО	Дата и номер протокола ученого совета Университета, на котором были утверждены изменения в ОПВО
Переутверждена ОП ВО. Обновлено: учебный план, календарный учебный график, РПД, РПП, программы ГИА, воспитания календарный план воспитательной работы. Обновлен договор №332 эбс ООО «Знаниум» от 02.06.2026г. Действует с 02.06.2026г. до 01.06.2027г.	27.04.2026г., протокол № 8	29.04.2026г., протокол № 7 03.06.2026г., протокол № 8